Prof. Dr. Alfred Toth

Diamonds quaternärer Relationen

1. Wir gehen aus von der in Toth (2008) eingeführten tetradischen Zeichenrelation

$Z^4 = (0, 1, 2, 3)$.

Sie enthält die bereits von Bense (1975, S. 44, 64 ff.) eingeführte 0-relationale Kategorie der Nullheit. Diese steht, wie zuletzt in Toth (2025a) ausgeführt, für das (zur thetischen Einführung der Zeichen) disponible ontische Objekt Ω. Z^4 überschreitet somit in der dyadischen Teilrelation

μ: $(0 \rightarrow 1)$

die Kontexturgrenze zwischen Ω und $Z^3 \subset Z^4$.

2. Der Übergang von $Z^3 \rightarrow Z^4$ bewirkt natürlich auch denjenigen zwischen dem ternären

$$
\begin{tikzcd}
1 \arrow[dd, leftrightarrow, "\mathrm{id}_1"] & & & 3 \arrow[lll, "g^\circ f^\circ"', "\mathrm{diff}_2"] \arrow[dd, leftrightarrow, "\mathrm{id}_3"'] \\
 & 2^\smile \arrow[d, dash] & 1 \arrow[l] \arrow[d, dash] & \\
1 \arrow[r, "f"] \arrow[dd, leftrightarrow, "\mathrm{id}_1"] & 2 \arrow[r, phantom, "\circ"] & 1 \arrow[r, "g"] & 3 \arrow[dd, leftrightarrow, "\mathrm{id}_3"'] \\
 & 2^\smile \arrow[u, dash] \arrow[r] & 1 \arrow[u, dash] & \\
1 \arrow[rrr, "fg"', "\mathrm{diff}_2"] & & & 3
\end{tikzcd}
$$

und dem quaternären Diamond (vgl. Toth 2025b):

$$\begin{tikzcd}
0 \arrow[rrrrrrrrrr, leftarrow] \arrow[ddd, dash] & & & & & & & & & & 3 \arrow[ddd, dash] \\
& & & & 0 \arrow[rr, leftarrow] \arrow[d, dash] & & 2^{\smile} \arrow[d, dash] & & & & \\
& & 1^{\smile} \arrow[rr, leftarrow] \arrow[d, dash] & & 0 \arrow[d, dash] & & 2^{\smile} \arrow[rr, leftarrow] \arrow[d, dash] & & 0 \arrow[d, dash] & & \\
0 \arrow[ddd, dash] & \to & 1 \arrow[d, dash] & \circ & 0 \arrow[d, dash] & \to & 2 \arrow[d, dash] & \circ & 0 \arrow[d, dash] & \to & 3 \arrow[ddd, dash] \\
& & 1^{\smile} \arrow[rr] & & 0 \arrow[d, dash] & & 2^{\smile} \arrow[rr] \arrow[d, dash] & & 0 & & \\
& & & & 0 \arrow[rr] & & 2^{\smile} & & & & \\
0 \arrow[rrrrrrrrrr] & & & & & & & & & & 3
\end{tikzcd}$$

Wir haben hier also

2 (I, A)-Umgebungen:

$(1^{\smile} \leftarrow 0), (2^{\smile} \leftarrow 0)$

$U(U(A, I)) = (0 \leftarrow 2^{\smile})$

2 (A, I)-Umgebungen:

$(1^{\smile} \rightarrow 0), (2^{\smile} \rightarrow 0)$

$U(U(I, A)) = (0 \rightarrow 2^{\smile})$,

weshalb die entsprechenden Bi-Zeichen (vgl. Kaehr 2010, Toth 2025c) wie folgt abgebildet werden müssen:

$$\begin{array}{lllllllllll}
1 & & & & & & & 0 & \to & 1 \mid 1 \leftrightarrow 0 \\
\downarrow & \searrow & & & \Rightarrow & & & \downarrow & & \downarrow \\
2 & \to & 3 \mid 3 \leftarrow 3 & & & & 0 \leftrightarrow 2 \mid & 2 & \to & 3
\end{array}$$

Diamonds ternärer Relationen haben somit 2-dimensionale Umgebungen, die nicht mit den binären Umgebungen (vgl. Kaehr 2010, S. 7) zu verwechseln sind.

3. In Toth (2015) hatten wir die bekannte binäre Systemrelation, die nur System und Umgebung unterscheidet, durch die ternäre, selbsteinbettende Relation

$S^{3*} = (S, U, C)$

ersetzt, die auch closures (Abschlüsse) enthält (mit denen z.B. benachbarte S_i^* voneinander abgegrenzt werden, wobei $C = Ø$ sein kann).

Im folgenden betten wir die in Toth (2012) eingeführte Systemform, d.h. den ontischen Ort ω, in S* ein

$S^{4*} = (\omega, S, U, C)$

und bekommen vermöge $Z^4 \cong S^{*4}$ den folgenden Diamond

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
\omega & \multicolumn{9}{c}{\longrightarrow} & C \\
| & & & & \omega^{\smile} & \longleftarrow & U & & & & | \\
| & & & & | & & | & & & & | \\
| & & S^{\smile} & \longleftarrow & \omega & & U^{\smile} & \longleftarrow & \omega & & | \\
| & & | & & | & & | & & | & & | \\
\omega & \rightarrow & S & \circ & \omega & \rightarrow & U & \circ & \omega & \rightarrow & C \\
| & & | & & | & & | & & | & & | \\
| & & S^{\smile} & \longrightarrow & \omega & & U^{\smile} & \longrightarrow & \omega & & | \\
| & & & & | & & | & & & & | \\
| & & & & \omega & \longrightarrow & U^{\smile} & & & & | \\
\omega & \multicolumn{9}{c}{\longleftarrow} & C
\end{array}
$$

mit den zugehörigen Umgebungen

(I, A)-Umgebungen:

$(S^{\smile} \leftarrow \omega^{\smile}), (U^{\smile} \leftarrow \omega^{\smile})$

$U(U(A, I)) = (\omega^{\smile} \leftarrow U^{\smile})$

(A, I)-Umgebungen:

$(S^{\smile} \rightarrow \omega^{\smile}), (U^{\smile} \rightarrow \omega^{\smile})$

$U(U(I, A)) = (\omega^{\smile} \rightarrow U^{\smile})$

und der Bi-Objekt-Abbildung

$$
\begin{array}{llllll}
S & & & & & \\
\downarrow & \searrow & & & & \\
U & \rightarrow & C \mid C \leftarrow C & & &
\end{array}
\quad \Rightarrow \quad
\begin{array}{lllll}
 & \omega & \rightarrow & S \mid & S \leftrightarrow \omega \\
 & \downarrow & & \downarrow & \\
\omega \leftrightarrow U \mid & U & \rightarrow & C &
\end{array}
$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, Diamond Text Theory. Glasgow, U.K. 2010

Toth, Alfred, Tetradic, triadic, and dyadic sign classes. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Systemformen und Belegungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Zu einer triadischen System-Definition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Objektale und systemische externe Zeichenumgebungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025a

Toth, Alfred, Diamondtheoretische Kreisfunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025b

Toth, Alfred, Theorie semiotischer Texteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025c

2.4.2025